È PERICOLOSO ARRAMPICARE CON DUE CORDE "SOTTILI"?

Una modifica alle Norme U.I.A.A. ci consentirebbe arrampicate più tranquille

di Carlo Zanantoni

1) Introduzione

1.1) La maggioranza degli arrampicatori è convinta che su vie con molti chiodi sia del tutto giustificato arrampicare con due corde «sottili» di resistenza circa metà di quella di una corda «grossa» (1). Questa convinzione si basa di solito sul seguente ragionamento: quando ci sono molti chiodi il «volo» non può essere che piccolo, quindi la sollecitazione della corda non raggiungerà mai i valori elevatissimi che si prevedono invece per le corde grosse da usarsi nelle arrampicate con pochi chiodi. Questo ragionamento è sbagliato, come dovrebbe essere noto da parecchi anni per merito di A. Wexler [1, 2, 3].

Infatti la tensione massima che può verificarsi in una corda è con buona approssimazione indipendente dall'altezza di caduta (par. 2). Quindi anche in un «volo» di pochi metri si possono verificare tensioni circa uguali a quelle che si avrebbero in un «volo» della massima lunghezza.

1.2) Le Norme internazionali della UIAA (2) richiedono che le corde grosse resistano a *due* «voli massimi» (vedi par. 2.2) con un peso di 80 kg. La stessa resistenza si richiede alle corde sottili *accoppiate*.

1.3) Mi sembra che la garanzia di sicurezza offerta dalle Norme per le corde sottili non sia sufficiente, perché una di queste corde potrà trovarsi a dover sostenere *da sola* la caduta di un alpinista, e in tal caso essa potrebbe rompersi al primo volo, come giustamente ha messo in evidenza F. Avcin [4].

Secondo i miei calcoli (purtroppo non ho potuto ancora fare prove sperimentali) le corde sottili prodotte oggi da una o più ditte resistono o non sono lontane dal resistere ad *un* «volo massimo» di 80 kg, e quindi sono forse già abbastanza sicure. Non vedo però per quale motivo le Norme UIAA non prevedano prove con 80 kg sulle corde sottili, richiedendo la resistenza ad almeno un volo. Le considerazioni che espongo sono ben lontane dall'esaurire l'argomento, anzi mi auguro che possano servire ad aprire una discussione costruttiva su questo aspetto, inspiegabilmente trascurato, della sicurezza in montagna.

2) La massima tensione che può verificarsi in una corda che sostenga il volo verticale di un corpo rigido è indipendente dall'altezza di caduta

2.1) Quando un corpo cade accumula energia cinetica; nel momento in cui il corpo, trattenuto dalla corda, si è fermato e sta per risalire richiamato dalla elasticità di quest'ultima, esso non ha più alcuna energia cinetica: l'energia è stata assorbita dalla corda, che per allungarsi ha appunto richiesto un lavoro, che si suol chiamare «lavoro di deformazione».

Ogni unità di lunghezza di corda assorbe la stessa quantità di energia sotto forma di lavoro di deformazione, il cui valore dipende dalla tensione della corda. L'energia cinetica accumulata dal corpo che cade è proporzionale all'altezza di caduta, la quale nel caso peggiore è uguale al doppio della lunghezza della corda: quindi l'energia da accumulare come lavoro di deformazione in ogni unità di lunghezza di corda (e perciò anche la tensione) è sempre la stessa, indipendentemente dalla lunghezza del «volo».

2.2) Vediamo le cose in termini un po' più precisi. Chiamiamo:

F lo sforzo nella corda (kg)
l la lungh. della corda indeformata (m)
l' la lungh. della corda deformata (m)
P il peso del corpo che cade (kg)
h l'altezza di caduta libera (m) (v. fig. 1)
H l'altezza totale di caduta (m) (v. fig. 1)

Definiamo inoltre l'allungamento

$$\varepsilon = \frac{l' - l}{l} \tag{1}$$

---

(1) Nel gergo alpinistico italiano non è ancora definita una terminologia che distingua le corde «grosse» che si usano da sole (Einfachseil, Corde à simple) da quelle «sottili» che vanno usate accoppiate (Halbseil, Corde à double). Le chiamerò d'ora innanzi grosse e sottili, omettendo le virgolette.

(2) Union Internationale des Associations d'Alpinisme, 22, Ch. de Grange-Canal - Genève. Purtroppo pochi sanno dell'esistenza di queste Norme e del relativo *certificato di garanzia*

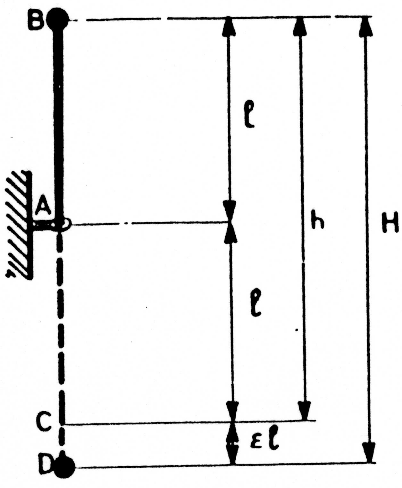

Fig. 1 - Caso di massimo volo.

e il lavoro di deformazione per unità di lunghezza di corda

$$L = \int_0^{\varepsilon_{max}} F \, d\varepsilon \quad (kg\ m/m) \qquad (2)$$

la cui valutazione è immediata a partire dal diagramma sperimentale sforzi-allungamenti riportato in fig. 2: esso è infatti l'area sottesa dalla curva (a).

L'energia cinetica accumulata dal corpo che cade per una altezza H vale

$$P H = P (h + l \varepsilon) \quad (kg\ m)$$

Nel momento in cui il corpo si è fermato e sta per risalire, richiamato dalla elasticità della corda, lo sforzo è massimo e si valuta uguagliando l'energia cinetica al lavoro di deformazione di tutta la corda:

$$l L = P (h + l \varepsilon_{max}) \qquad (3)$$

sicché

$$L = P \left(\frac{h}{l} + \varepsilon_{max}\right) \qquad (4)$$

quindi il lavoro di deformazione L per unità di lunghezza di corda (e di conseguenza l'allungamento ε_{max} e lo sforzo F_{max}, fig. 2) dipende solo dal rapporto $\frac{h}{l}$.

Questo vale nell'ipotesi che il corpo che cade e il sostegno a cui la corda è fissata siano rigidi, cioè non assorbano energia deformandosi.

Nel caso peggiore, cioè di quello che chiamerò nel seguito «*volo massimo*» (caduta libera verticale di un peso rigido per il doppio della lunghezza di corda, fig. 1) si ha, come risulta evidente dalla figura:

$$h = 2 l \qquad (5)$$

e sostituendo nella (4)

$$L = P (2 + \varepsilon) \qquad (6)$$

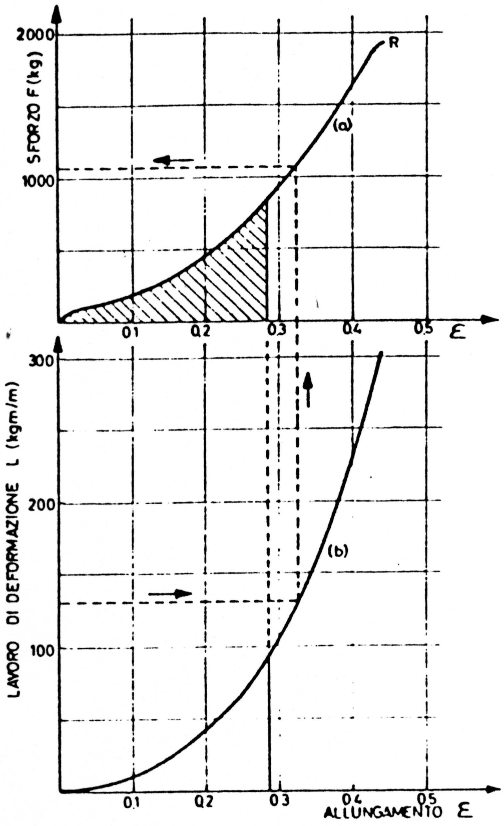

Fig. 2 - (a): Tipica forma del diagramma sforzi-allungamenti per corda in fibra sintetica. (b) Il lavoro di deformazione per unità di lunghezza di corda è l'area sottesa dalla curva (a). Noto il lavoro si ricava lo sforzo, come indicato con frecce in figura.

quindi il lavoro di deformazione per unità di lunghezza di corda (e dunque anche la tensione) nelle condizioni di «volo massimo» non dipende dall'altezza del volo (per alcune precisazioni vedere Appendice 1).

Per questo motivo ha senso che le prove secondo le Norme UIAA, eseguite con una lunghezza di corda di 2.5 metri [5], vengano ritenute significative per corde destinate a «tenere» voli ben più lunghi di 5 metri.

2.3) Questi risultati possono sembrare stupefacenti, ed anche contrari all'esperienza effettuata in occasione di voli in montagna, dove una caduta di mezzo metro comporta spesso tensioni minori che una di dieci metri. Il fatto è che nei voli molto piccoli acquistano maggiore importanza le approssimazioni su cui sono basati i calcoli sopra esposti, e cioè:

1) La corda non è legata al chiodo, ma scorre nel moschettone, sicché una parte della energia cinetica sviluppata dal volo del primo di cordata è assorbita dall'attrito nel moschet-

tone, dall'allungamento del tratto di corda fra moschettone e secondo di cordata, dallo spostamento e dalla deformazione del corpo di quest'ultimo.

II) Il corpo che cade non è rigido, e deformandosi assorbe anche esso una parte dell'energia cinetica.

I fatti citati in I e II portano a ridurre la tensione nella corda in maniera molto più sensibile nelle piccole cadute, in cui il tratto di corda compreso fra il primo di cordata e il chiodo, essendo breve, è poco deformabile rispetto agli altri corpi in gioco e quindi assorbe una frazione della energia cinetica minore di quella che assorbirebbe nei voli di notevole altezza.

Ma supponiamo che il primo di cordata, salito di qualche metro, cada in un momento in cui la corda, per attriti o bloccaggi imprevisti, non può scorrere nel moschettone. Resta allora, a sollievo della corda, soltanto l'«attenuante» II [3], che non è molto efficace.

La tensione sarà quindi poco inferiore al valore massimo teorico ricavabile in base alla (6) e a fig. 5: questo valore è prossimo al carico di rottura per una corda sottile in fibra sintetica di moderna costruzione, come mostrerò nel paragrafo che segue.

A parte ogni considerazione numerica, desidero però fin d'ora far notare che da quanto ho detto risulta che le corde sottili possono, quando la posizione dei chiodi è tale che una sola delle due deve trattenere l'alpinista, essere chiamate a resistere a cadute della stessa gravità di quella prevista per le corde grosse.

3) Quale peso provoca la rottura di una corda sottile? Come si comporterà la seconda corda dopo l'eventuale rottura della prima?

3.1) Con riferimento a fig. 2-a, l'area sottesa della curva fino al punto di rottura R rappresenta l'energia che l'unità di lunghezza di corda è capace di assorbire come lavoro di deformazione prima di rompersi. Lo indicherò in seguito con L_r. Chiamiamo F_r lo sforzo ed ε_r l'allungamento della corda al punto di rottura.

In caso di «volo massimo» con corda non scorrevole nel moschettone il peso che provoca la rottura della corda è, per la (6),

$$P_r = \frac{L_r}{2 + \varepsilon_r} \qquad (7)$$

Prendiamo per esempio una delle migliori corde in commercio, la Edelrid di diametro 9 mm di recente produzione. Il diagramma statico tensioni-deformazioni è riportato come (a) in fig. 3 [4].

3.2) In condizioni dinamiche, cioè quando l'allungamento della corda avviene a velocità non trascurabile (App. 1) le caratteristiche della corda cambiano nel senso che essa diventa più rigida: la curva valida per casi di

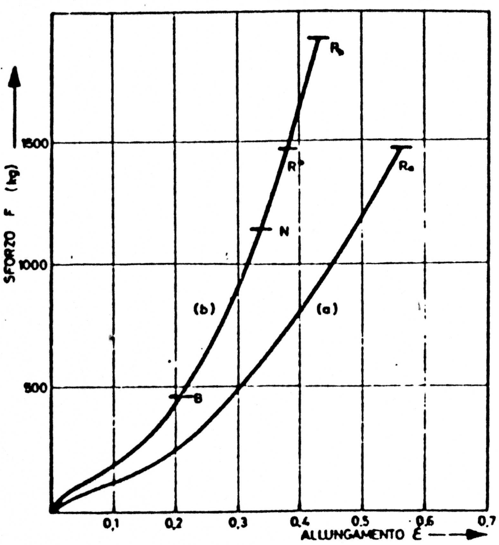

Fig. 3 - Effetto della velocità di allungamento sulle caratteristiche tensione-deformazione. (a): Curva valida per corda Edelrid in Perlon di diametro 9 mm quando la velocità di allungamento è trascurabile. (b): Probabile comportamento del materiale per velocità di allungamento corrispondenti a caduta in montagna. R_a, R_b = punto di rottura. N = rottura con nodo. B = punto sperimentale («volo massimo» di 40 kg).

volo, di cui la ditta Edelrid mi ha fornito il punto sperimentale B, è probabilmente non troppo discosta dalla (b), per quanto suggeriscono le considerazioni di App. 1.

Ripeto che della curva (b) conosco solo un punto, B, che il resto è stato tracciato «a sentimento».

Sarebbe troppo pessimistico supporre che la tensione di rottura nel caso (b) sia la stessa che nel caso (a) (punto R'), dal momento che (App. 1) la tensione di rottura in caso dinamico è probabilmente superiore a quella in caso statico, in modo che il lavoro di rottura non è molto diverso.

Il punto di rottura R_b, che non conosco, sarà quindi probabilmente tale che l'area sottesa dalla curva (b) sia circa uguale a quella sottesa dalla curva (a), che vale 302 kgm/m.

Sto facendo opera di fantasia, ma me lo posso permettere, date il tipo di conclusioni a cui voglio giungere.

3.3) Per calcolare il peso che provoca la rottura bisogna anche tenere presente che i migliori nodi riducono di circa 40% [1] il carico di rottura della corda, sicché i 1910 kg

[3] Questa «attenuante» è meno efficace per corde sottili che per corde grosse, poiché queste ultime sono meno facilmente deformabili.

[4] Ringrazio la ditta Edelrid che mi ha cortesemente fornito dati e schiarimenti sulle prove eseguite.

del punto R_b si riducono ai 1140 del punto N (a cui corrisponde un allungamento 0.336), e l'area sottesa, cioè il lavoro di deformazione, si riduce a 143 kg, cioè a meno della metà.

3.4) Sostituendo questo valore nella (7) si ha, per il peso che provoca la rottura della corda:

$$P_r = \frac{143}{2 + 0.336} = 61 \text{ kg}$$

(Lo sforzo nella corda sarà, per quanto si è detto, 1140 kg).

Questa valutazione è grossolana a causa della incertezza dei dati su cui è basata. Però, tenendo conto che il corpo umano che cade non è rigido e che la corda non è mai completamente bloccata nel moschettone, mi sembra ragionevole affermare che *questo tipo* di corda, nuovo, resisterà probabilmente al «volo» di un alpinista di 80 kg.

3.5) Comunque in ogni caso resisterà la seconda corda, se è in buono stato, poiché la prima, per rompersi, avrà assorbito quasi tutta l'energia cinetica del corpo che cade.

4) Una modifica delle Norme UIAA sarebbe desiderabile

4.1) Le considerazioni fatte fino a questo punto avevano lo scopo di dimostrare che:

a) «voli» della massima gravità possono verificarsi anche con pochi metri di corda libera;

b) le migliori corde «sottili» oggi in commercio possono probabilmente, se in ottimo stato, resistere al volo più grave di un alpinista del peso di circa 80 kg [5];

c) queste corde non sono però in grado di sopportare un secondo volo della stessa gravità.

4.2) Dato che la resistenza ad un «volo massimo» con peso di 80 kg può oggi essere raggiunta dalle corde sottili, tutt'al più con un leggero aumento di diametro, mi sembrerebbe ragionevole includere una tale prova per corde sottili nelle Norme UIAA, affinché l'arrampicatore possa essere sicuro che la corda resiste al primo volo. La differenza fra le prove effettuate su corde «sottili» e quelle effettuate su corde «grosse» consisterebbe allora soltanto nel richiedere che le prime resistano ad almeno *un* volo, le seconde almeno a *due voli*. Questo mi sembrerebbe sufficiente, poiché nel caso di corde sottili, che non vanno *mai* usate da sole, c'è sempre la seconda corda che resiste anche se la prima, indebolita dall'uso o da una precedente caduta, si spezza.

4.3) Ammesso che queste mie proposte ricevano un minimo di attenzione, non mancheranno le obiezioni, di cui una potrebbe essere la seguente:

— l'assicurazione non è mai «statica», ma almeno in parte scorrevole o «dinamica» come si suol dire (v. par. 5 e App. 2), sicché le sollecitazioni massime supposte nei calcoli sopra esposti si verificano solo se la corda si blocca completamente per imprevisti motivi: questa eventualità è così rara che si può correre il rischio che la prima corda si rompa, dato che poi c'è la seconda che resiste.

Ma, a parte gli ovvi inconvenienti del prolungare un «volo» oltre il necessario, non vedo perché usare con le corde sottili precauzioni diverse che con le grosse, per le quali le Norme prevedono la resistenza a voli con assicurazione «statica».

4.4) Si potrebbe anche obiettare che la modifica alle Norme da me proposta non risolverebbe completamente il problema. Potrebbe infatti capitare che l'alpinista, dopo avere fatto un volo della massima gravità, voglia proseguire la scalata: in tal caso egli non potrebbe fidarsi della corda che ha sostenuto il primo volo, poiché essa non sarebbe in grado di sostenerne un altro.

Però, a parte il fatto che, date le tensioni in gioco in un «volo massimo» (App. 2), mi sembra difficile che l'alpinista possa essere in grado di proseguire, imponendo la resistenza a più di un volo si verrebbe a richiedere alle corde sottili esattamente quello che si richiede alle grosse, cioè le corde sottili cesserebbero di esistere.

C'è da augurarsi che il continuo miglioramento dei materiali (per es. un aumento del limite di elasticità (App. 4) oppure una diminuzione di peso specifico) consentano l'uso comodo di due corde aventi ognuna resistenza uguale a quella oggi richiesta alle corde singole. Val la pena di notare a questo proposito che molti miglioramenti di recente apportati dai fabbricanti alle loro corde sono da attribuirsi all'introduzione di norme più severe.

Per il momento, una sicurezza in più potrebbe essere offerta da un *assorbitore* di energia, da interporre fra la corda e una «imbracatura» che avvolge il torace dell'alpinista [5].

Esso servirebbe una sola volta, però ridurrebbe di molto la tensione nella corda, che potrebbe quindi essere disponibile per un secondo «volo». Inoltre ridurrebbe lo sforzo sopportato dalle costole dell'alpinista.

---

(5) Il lettore si chiederà perché mai, anziché basarmi su calcoli alquanto incerti per mancanza di dati, non ho preferito determinare sperimentalmente quale è il peso che provoca la rottura. La risposta è che non sono ancora riuscito a organizzare queste prove perché non sono così semplici come potrebbe a prima vista sembrare. Inoltre la accurata conoscenza dei risultati relativi a *un* tipo particolare di corda avrebbe poca importanza per i fini che qui mi propongo. Quanto ad effettuare prove su larga scala, è alla UIAA o al CAI che lo propongo di farlo

5) Qualche consiglio agli arrampicatori

5.1) Mi rendo conto che le mie osservazioni potranno far sorgere dubbi e preoccupazioni in qualcuno dei miei lettori. Mi sembra quindi doveroso fare qualche precisazione, affinché non si traggano da quanto ho detto conclusioni eccessivamente pessimistiche.

5.2) *Possiamo continuare ad usare le corde sottili accoppiate, oppure è meglio che le gettiamo alle ortiche?*

Io, dato anche che possiedo un paio di tali «pericolosi» ma comodi oggetti, ho la tendenza a ritenere che il loro uso sia ragionevole se esse sono in *buono stato*. Infatti l'assicurazione non è mai *statica*, ma (volontariamente o no) almeno parzialmente *dinamica* (App. 2), sicché le tensioni che si verificano sono molto minori di quelle che si avrebbero nelle condizioni di «volo massimo» per cui vale la (7), a meno che lo scorrimento nella corda non sia impedito. Anche in quest'ultimo caso però, se il bloccaggio avviene parecchio più in basso dell'ultimo chiodo, l'allungamento del tratto di corda che precede questo chiodo può collaborare abbastanza efficacemente alla riduzione della tensione nella corda (App. 3).

Se questo scorrimento non fosse possibile, la distanza fra i chiodi fosse tale che solo una corda fosse sollecitata, e il «volo» fosse di qualche metro cosicché la deformazione del corpo dell'alpinista non potesse contribuire efficacemente a ridurre la tensione, si verificherebbe il caso peggiore, previsto nella (7).

Sicché la prima corda forse si spezzerebbe (6), restando così solo la seconda corda a sostenere l'alpinista.

Il verificarsi contemporaneo di tutte queste ipotesi è così improbabile che non mi sembrerebbe del tutto irragionevole chi, facendo un compromesso fra comodità e rischio, continuasse ad arrampicare con due corde sottili.

Se invece si vuole essere completamente al sicuro dall'eventualità di rottura non resta che arrampicare, dove la doppia corda sia necessaria, con due corde grosse, nell'attesa che la UIAA accetti la modifica alle Norme che io propongo, permettendoci così di acquistare nelle simpatiche corde sottili quella fiducia che esse *potrebbero* forse già oggi meritare.

Se però si usano due corde sottili mi sembra che si dovrebbe, nei tratti con chiodi molto distanti e comunque appena gli attriti lo consentano, passare ambedue le corde nello stesso moschettone.

5.3) *Che cosa intendo per «corda in buono stato»?*

Ho usato questa espressione che, senza una precisazione, non ha molto senso.

Purtroppo non si sa, o io non so, gran che sulla valutazione dell'usura nelle corde (App. 4). Qui mi limiterò a dire che una corda deve essere eliminata dopo un volo di una certa gravità se si tratta di una corda sottile (dopo

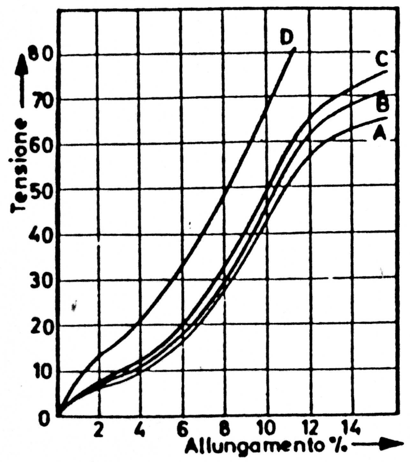

Fig. 4 - Curve tensione-allungamento per fili di nylon per varie velocità di allungamento: A = 1% per minuto; B = 10% per minuto; C = 100% per minuto; D = 290000% per minuto.

due al massimo se si tratta di una corda grossa). Abbiamo visto infatti al par. 3 che una corda sottile è, nella migliore delle ipotesi, appena in grado di sostenere da sola la «massima» caduta di un alpinista. Se la caduta è «grave» essa subisce senz'altro deformazioni permanenti che rendono improbabile la resistenza ad un secondo strappo di notevole intensità.

Ma come valutare la «gravità» di una caduta? Le considerazioni sopra esposte non ce ne forniscono il mezzo, perché nella quasi totalità dei casi le varie «attenuanti» citate riducono la tensione, sì che essa non può più essere semplicemente valutata con la (6) o la (12). Credo che in questo campo il miglior giudice sia l'alpinista che «vola»: se le condizioni sono tali che la tensione nella corda sia notevole le sue costole dovrebbero accorgersene. Attenzione però a prendere questi miei consigli «con le molle», perché penso che, data la breve durata di questi sforzi (dell'ordine del decimo di secondo), il fisico umano possa sopportarli abbastanza bene anche se sono di parecchie centinaia di kg, e quindi ci può essere, in questa valutazione soggettiva, una tendenza all'ottimismo.

Perciò, nel dubbio, sostituire le corde senza parsimonia.

6) Conclusioni

La tecnica di fabbricazione delle corde ha compiuto negli ultimi anni progressi notevoli, ed ora la regolamentazione internazionale do-

(6) Non si dimentichi che le considerazioni del paragrafo 3 sono state fatte su *un* tipo di corda *nuova*. Spiacevoli sorprese potrebbero verificarsi in casi diversi da questo (App. 4).

vrebbe adeguarsi a questi progressi adottando criteri più severi (oltre a quello proposto, anche prove di usura potrebbero essere consigliabili).

In mancanza di decisioni da parte della UIAA, il CAI potrebbe organizzare una attività di sperimentazione sulle corde (7) intesa a diffondere fra gli alpinisti la conoscenza delle loro proprietà: non mi sembra che sappiamo ancora abbastanza su queste simpatiche compagne alle quali affidiamo, a volta con troppa leggerezza, la nostra pelle.

APPENDICE 1

Influenza del comportamento dinamico dei materiali sulle considerazioni esposte al paragrafo 2

Propagazione di onde di tensione lungo la corda.

L'indipendenza della tensione massima dall'altezza di caduta dipende dalla ipotesi che l'assorbimento di energia (o in altri termini l'allungamento) sia uniforme su tutta la lunghezza della corda.

In realtà le cose non stanno proprio così, perché nell'istante in cui il corpo che cade comincia a tirare la corda solo questa estremità della corda «sa» di essere sollecitata, mentre l'altra estremità (quella che suppongo legata al chiodo) non ne è ancora «informata». La tensione che si genera all'estremità inferiore risale la corda con la velocità di propagazione del suono nella corda. Si ha cioè un' «onda di tensione» che, giunta al chiodo, si riflette e ripercorre la corda in senso inverso. Questo fenomeno avrebbe importanza agli effetti del calcolo dello sforzo massimo se la velocità di caduta del peso non fosse piccola rispetto alla velocità di propagazione del suono nella corda: in tal caso il corpo che cade eserciterebbe una trazione crescente sul tratto di corda ad esso vicino prima che questo potesse scaricarsi di una parte della energia assorbita «trasmettendola» ai tratti soprastanti.

In realtà questo aspetto del problema è di secondaria importanza nel nostro caso, perché un corpo che cade per 80 m, anche trascurando la resistenza dell'aria, non supera la velocità di 40 m/s, che è dell'ordine di un decimo della velocità di propagazione del suono nella corda.

Ce lo conferma il documentatissimo Wexler [1], che riferisce risultati di esperimenti in cui la indipendenza della tensione dall'altezza di caduta è stata provata entro i limiti dell'errore sperimentale: se i fenomeni di propagazione d'onda influissero sulla tensione massima, questa risulterebbe dipendente dalla velocità di caduta del corpo e dalla lunghezza della corda, cioè dall'altezza di caduta. Anzi, Wexler cita casi in cui le cadute da minore altezza hanno generato tensioni un po' più grandi che cadute di altezza doppia. In altri casi succedeva l'opposto, dipendentemente dal tipo di fibra, e Wexler si mostrava perplesso sulla interpretazione di questi risultati. Mi sembra che essi si possano spiegare alla luce dei fatti che ora esporrò, e che al tempo dell'articolo citato [1] non erano ancora ben noti:

Modificazione delle caratteristiche tensione-allungamento in funzione della velocità di allungamento.

I diagrammi tensione-allungamento variano al variare della velocità di allungamento: con questo termine intendo non la velocità (per fissare le idee in m/sec) con cui l'estremità della corda si sposta, ma la velocità con cui cresce l'allungamento relativo, misurabile per es. in % al minuto (%/min).

Queste variazioni sono notevoli, come risulta dalla fig. 4 che riporto da [6]. Nel caso di un volo in montagna, la velocità di allungamento sarebbe superiore a 1000%/min., sarebbe cioè compresa fra quelle relative alle curve C e D.

Questi fenomeni dinamici sono, a tutt'oggi, poco conosciuti, comunque si possono fare le affermazioni seguenti:

1) le curve tendono a diventare più ripide e diritte all'aumentare della velocità, cioè la corda diventa più rigida;

2) la tensione di rottura cresce di solito con la velocità, ma, poiché l'allungamento decresce, non si possono dare regole generali per quanto riguarda l'area sottesa dalla curva, cioè l'energia assorbita prima di rompersi, che potrebbe crescere oppure decrescere.

In fig. 4, per esempio, l'energia di rottura per la velocità C è maggiore che per la A, cala però crescendo ulteriormente la velocità fino a D.

Tutto sommato, dopo l'osservazione di altri dati del genere, penso che per i nostri scopi si possa ragionevolmente assumere l'energia di rottura costante con la velocità di allungamento, ed è questo che ho fatto in 3.2 (fig. 3).

Un'ultima osservazione: il fatto che le corde diventino più rigide all'aumentare della velocità di allungamento non deve far pensare che questo porti a tensioni più elevate in voli di maggiore altezza, contrariamente a quanto ho affermato al par. 2. È anzi il contrario, perché la velocità di allungamento cala al crescere dell'altezza del volo: infatti, come risulta da App. 2, il tempo che la tensione impiega a raggiungere il suo massimo valore cresce al crescere della lunghezza della corda.

---

(7) O meglio sull'attrezzatura alpinistica in genere. A questo proposito val la pena di notare che in Italia non esiste un centro per le prove dei materiali, ufficialmente riconosciuto dalla UIAA: ce ne sono, a quanto mi risulta: in Austria (Technische Hochschule Wien), Germania (Technische Hochschule Stuttgart), Francia (Laboratoires du Centre Aéroporté de Toulouse) e Gran Bretagna (National Engineering Laboratory, East Kilbride, Glasgow).

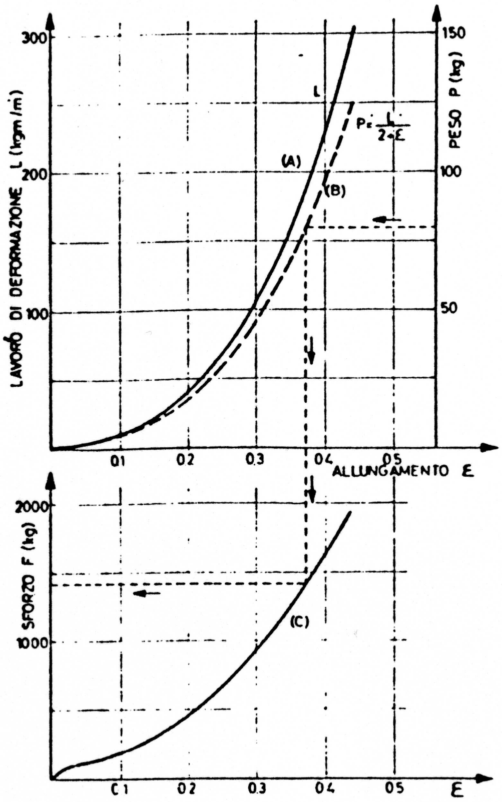

Fig. 5 - Calcolo grafico della tensione e dell'allungamento: noto il valore del peso che cade P lo sforzo e l'allungamento si ricavano come indicato con linea tratteggiata in figura. L'esempio della figura si riferisce al caso di «massimo volo»: H = (2 + ε) l. (A) = Lavoro di deformazione per unità di lunghezza di corda. (B) = Peso che provoca, cadendo, il lavoro di deformazione (A). (C) = Diagramma sforzi-allungamenti corrispondente alla (A). I dati si riferiscono a una corda Edelrid di diametro 9 mm.

APPENDICE 2

Calcolo approssimato del valore massimo della tensione

La tensione massima può essere calcolata con un metodo meno preciso, ma più comodo di quello usato al paragrafo 3 e descritto nelle figure 2 e 5.

L'approssimazione consiste nel sostituire la vera curva tensioni-deformazioni con una retta o con una parabola (v. fig. 6).

Approssimazione con una retta.

Ciò equivale a porre:

$$F = A\,S \qquad (8)$$

$$S = E\,\varepsilon \qquad (9)$$

dove F = sforzo (kg)
A = sezione (nomin.) della corda (cm²)
S = tensione (kg/cm²)

ed E è una costante, caratteristica del materiale, che ha le stesse dimensioni di una tensione (kg/cm²), anzi rappresenta la tensione che sarebbe necessario applicare alla corda per avere $\varepsilon = 1$, cioè per raddoppiarne la lunghezza (ammesso che la corda potesse resistere).

La (9) costituisce il modo più comune di descrivere il comportamento dei corpi elastici (legge di Hooke) e la costante E si chiama modulo di elasticità.

In questa approssimazione il calcolo del lavoro di deformazione è assai semplice:

$$L = \frac{AE}{2}\,\varepsilon^2_{max}\,. \qquad (10)$$

Sostituendo questa espressione di L nella (4) si ottiene per il «volo» di un peso P:

$$\varepsilon_{max} = \frac{P + \sqrt{P^2 + 2\,AEP\frac{h}{l}}}{AE} \qquad (11)$$

dove nel caso di «massimo volo» $\frac{h}{l} = 2$.

Lo sforzo corrispondente è

$$F_{max} = P + \sqrt{P^2 + 2\,AEP\frac{h}{l}} \qquad (12)$$

Ho citato ambedue le formule, per quanto una discenda ovviamente dall'altra, per far notare che, se una corda sottile e una grossa debbono sopportare il volo massimo dello stesso peso P, l'allungamento (ε) e quindi la tensione (S) è maggiore per la corda sottile, ma lo sforzo totale (F) è più piccolo: questo perché la corda sottile è più cedevole, quindi il frenamento del corpo che cade è meno brusco.

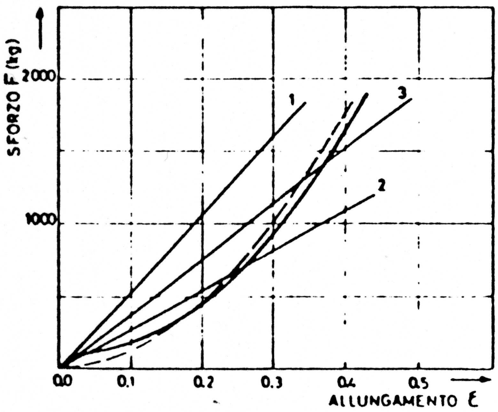

Fig. 6 - Calcolo analitico della tensione e dell'allungamento: si approssima la curva (C) di fig. 5 con una retta, o meglio con una parabola. A = 0,435 cm²
Retta 1: F = AEε con E = 8800 kg/cm²
Retta 2: F = AEε con E = 4350 kg/cm²
Retta 3: F = AEε con E = 6000 kg/cm²
Parabola (tratteg.): F = AKε² con K = 17350 kg/cm²

Questo fatto si vede più chiaramente se approssimiamo le (11) e (12) con:

$$\varepsilon_{max} = \sqrt{2\,\frac{P}{AE}\,\frac{h}{l}} \qquad (11')$$

$$F_{max} = \sqrt{2\,AEP\,\frac{h}{l}} \qquad (12')$$

Questa approssimazione corrisponde a trascurare ε nella (4), cioè a porre $H = h$, ed è meno grossolana di quella che abbiamo già fatto accettando la (9). Dalle (11') e (12') si vede che, se a una corda grossa se ne sostituisce una sottile di sezione metà, l'allungamento (ε) e la tensione (S) crescono di un fattore $\sqrt{2} \simeq 1.4$, mentre dello stesso fattore cala lo sforzo massimo (F) sopportato dalla corda (e quindi dal chiodo e dalle costole di chi «vola»: da questo punto di vista le corde sottili sono migliori delle grosse).

Si noti il vantaggio, dal punto di vista della massima tensione, di avere materiali con basso modulo E, cioè facilmente deformabili: naturalmente non si può esagerare, perché corde troppo cedevoli avrebbero altri inconvenienti. Le norme UIAA impongono che F_{max} non superi 1200 kg.

La (12) può essere facilmente usata per fare una stima delle forze in gioco nel caso di «massimo volo» del capo cordata.

In tabella 1 riporto lo sforzo in una corda di diametro nominale 9 mm ($A = 0.64$ cm²) calcolato secondo i due metodi qui esposti, cioè

a) equazione (6) e curva (B) di fig. 5;

b) equazione (12) e retta (1), (2), (3) di fig. 6;

per alcuni valori del peso P.

Si vede che gli sforzi sono enormi ([8]): chi volesse trattenere il compagno senza fare scorrere la corda dovrebbe sobbarcarsi il peso di una automobile. A suo sollievo ci sarebbe il fatto che questa tensione dura poco: cresce da zero al massimo con legge sinusoidale in un tempo che è approssimativamente

$$T = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{P}{g}\,\frac{l}{AE}} \qquad (13)$$

con g = accelerazione di gravità (9.81 m/s²).

Con $P = 80$ kg
$l = 5$ m
$A = 0.64$ cm²
$E = 5000$ kg/cm² si ha $T \simeq 0.2$ sec.

Chi ha provato asserisce [1, 2, 3] che una assicurazione «statica» non è possibile, neppure con l'interposizione di un chiodo (App. 3), ed è necessario eseguire una assicurazione «dinamica», lasciando scorrere con frenamento controllato un buon tratto di corda (dell'ordine di 1/3 dell'altezza di caduta). A questo punto il discorso si farebbe troppo lungo, e non posso fare altro che consigliare vivamente agli alpinisti la lettura degli articoli citati [1, 2, 3], ricordando però che non tutti sono d'accordo sulla utilità dell'assicurazione dinamica [7].

Dirò soltanto che non si deve sperare troppo nell'allungamento del tratto di corda che sta fra secondo di cordata e ultimo moschettone ai fini di una riduzione della tensione. A tale scopo si veda l'Appendice 3.

Approssimazione con una parabola.

I risultati riportati nella tabella mostrano il limite delle formule tipo (12) o (12') basate sulla sostituzione della curva tensioni-allungamenti con una retta. In particolare tale sostituzione va bene per un campo ristretto di valori del peso P, e anche in questo campo dà correttamente solo la tensione oppure l'allungamento, mai ambedue.

Per molti tipi di corda è migliore, nei casi in cui si raggiungono forti allungamenti, l'approssimazione che si fa sostituendo la curva tensioni-deformazioni con una parabola, ossia associando alla (8) la

$$S = K\,\varepsilon^2 \qquad (14)$$

Il lavoro di deformazione vale ora:

$$L = \frac{AK}{3}\,\varepsilon^3_{max} \qquad (15)$$

Conviene adottare subito l'approssimazione $H = h$ (fig. 1), col che la tensione provocata dal «volo» di un peso P si ricava dalla

$$P\,h = l\,\frac{AK}{3}\,\varepsilon^3_{max} \qquad (16)$$

e vale

$$\varepsilon_{max} = \sqrt[3]{3\,\frac{P}{AK}\,\frac{h}{l}} \qquad (17)$$

per cui dalle (8), (14) si ricava:

$$F_{max} = \sqrt[3]{9\,AK\left(P\,\frac{h}{l}\right)^2} \qquad (18)$$

Nel caso di fig. 6 il valore di K è stato scelto in modo che il lavoro di deformazione fosse uguale a quello della curva vera (189 kg) per $\varepsilon = 0.372$, risultando così $K = 17350$ kg/cm².

I risultati riportati nella tabella mostrano quanto migliore sia, nel caso citato, l'approssimazione delle (17), (18) in confronto alle (11), (12) (vedere anche fig. 7).

Infine val la pena di far notare che il confronto fra la (18) e la (12) mette in luce i limiti quantitativi dei discorsi fatti nella prima parte di questa Appendice: se li avessi fatti a partire dalla (18) avrei dovuto, nei punti in cui parlavo di «un fattore $\sqrt{2} \simeq 1.4$» parlare di «un fattore $\sqrt[3]{2} \simeq 1.26$».

([8]) Ripeto, in caso di piccoli voli la deformazione dei corpi e lo spostamento del secondo di cordata spesso riducono la tensione a valori notevolmente inferiori a quelli ora citati

Tensioni F (kg) e allungamenti ε per «volo massimo» di un peso P su corda di diametro 9 mm ($A = 0.635\ cm^2$) con diagramma sforzo-allungamento dato dalla curva (C) in fig. 5. Confronto fra il calcolo grafico fatto in base a fig. 5 e il calcolo analitico fatto a partire delle curve riportate in fig. 6. Questi risultati sono riportati anche in fig. 7.

	P (kg)	40	50	60	70	80
F	Retta 1	986	1108	1220	1320	1420
	Retta 2	704	793	875	950	1020
	Retta 3	822	924	1020	1105	1190
	Parabola	857	998	1121	1243	1365
	Calcolo grafico	815	970	1130	1270	1420

	P (kg)	40	50	60	70	80
ε	Retta 1	.177	.198	.218	.236	.266
	Retta 2	.256	.288	.318	.346	.372
	Retta 3	.216	.243	.268	.290	.312
	Parabola	.279	.301	.318	.336	.352
	Calcolo grafico	.283	.310	.334	.354	.372

Questi dati dimostrano che la formula (12) non può essere usata per valutazioni quantitative se non con molta cautela: si dovrebbe scegliere per ogni valore di P un valore opportuno di E, cioè una opportuna retta in fig. 5, e in ogni caso questo valore non potrebbe esser tale che le (12), (11) forniscano sia F che ε correttamente: la retta (1) di fig. 5 dà il valore corretto di F per P = 80; la retta (2) di fig. 5 dà il valore corrètto di ε per P = 80.

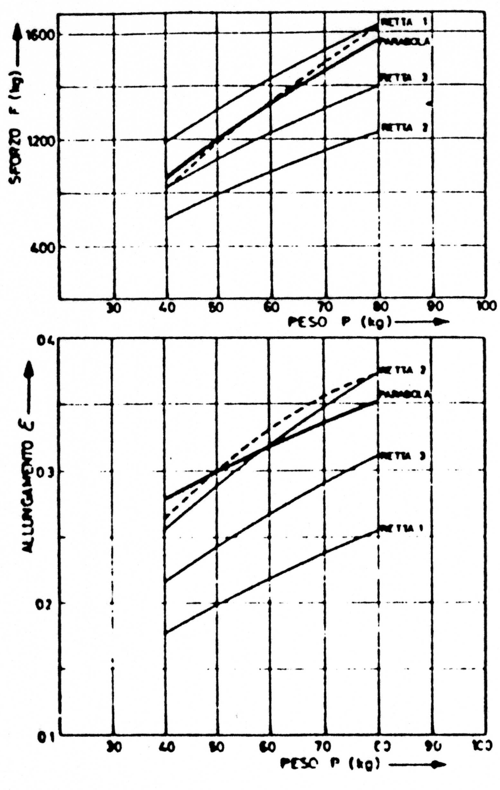

Fig. 7 - Sforzi e allungamenti nella corda di cui alle fig. 3 e 5, per «volo massimo» di un peso rigido P, secondo le varie approssimazioni descritte in fig. 6. La tratteggiata si riferisce al calcolo grafico di fig. 5.

APPENDICE 3

Tensione massima nella corda in condizioni diverse da quella di «massimo volo»

Il calcolo esatto si può eseguire in base alla (4), col metodo grafico descritto in fig. 5 per il caso $h = 2l$. Ma per gli scopi che qui mi propongo è più chiaro e sufficientemente accurato usare la (12').

Con riferimento a fig. 8, se la lunghezza di corda (l) di cui l'arrampicatore dispone è maggiore dell'altezza (a) di cui si è sollevato sopra il chiodo, la (12'), dove si ponga

$$h = a + l \tag{19}$$

diventa

$$F_{max} = \sqrt{2\ AEP\ (1 + \frac{a}{l})} \tag{20}$$

La (20) potrebbe suggerire di «lasciare corda» al primo di cordata (l maggiore di a) in modo da ridurre la tensione rispetto al caso peggiore $l = a$. Ma, a parte l'ovvio inconveniente di prolungare la caduta più del necessario, si otterrebbe con questo mezzo una ben modesta riduzione della tensione. Per esempio con $l = 2a$ la tensione si riduce solo del 15% rispetto al caso di «volo massimo» ($l = a$)

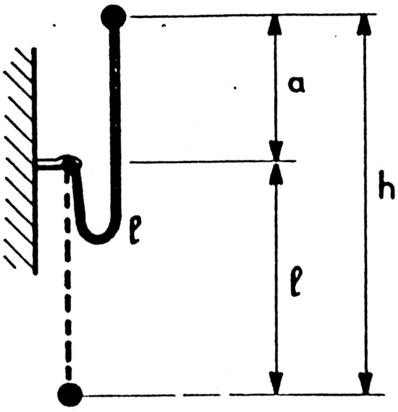

Fig. 8 - Definizione dell'altezza di caduta libera h: a = dislivello fra alpinista e chiodo; l = lunghezza di corda fra chiodo e alpinista.

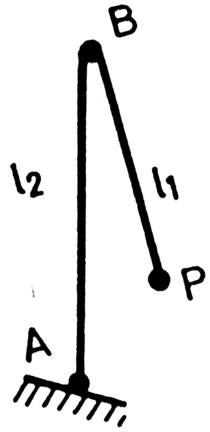

Fig. 9 - La corda è legata in A e scorrevole con attrito in B.

Effetto dello scorrimento della corda nel moschettone

Fino a questo punto si è supposto che la corda fosse legata al moschettone. Se la situazione è invece quella di fig. 9, dove la corda si suppone trattenuta rigidamente in A e scorrevole nel moschettone B, l'allungamento del tratto l_2 collabora ad attutire lo strappo causato dalla caduta del peso P.

Calcoliamo quanto vale la tensione in questo caso.

Ricordiamo innanzitutto, senza dimostrarla, la seguente formula: se una corda scorre come in fig. 10 su una superficie cilindrica abbracciandone un arco di ampiezza angolare α si ha fra le tensione T_1 e T_2 la relazione

$$T_2 = T_1 e^{-\xi\alpha} \qquad (21)$$

se il moto è nella direzione di T_1. Questo significa che la tensione nel ramo 2 della corda è minore che nel ramo 1, grazie all'attrito fra corda e superficie cilindrica (nel nostro caso il moschettone).

Con ξ si intende il coefficiente d'attrito (coefficiente di proporzionalità fra la resistenza allo scorrimento e la forza con cui le due superfici sono premute una contro l'altra), con α il valore (in radianti) dell'angolo del quale la corda «abbraccia» il cilindro.

Il risultato non dipende dal raggio del cilindro (cioè dalla sezione del moschettone), né, con buona approssimazione, dal diametro della corda. Il coefficiente ξ dipende dalla natura e dalle condizioni delle superfici a contatto. Per le considerazioni che ora esporrò è sufficiente una stima grossolana: $\xi = 0.3$.

Per avere una idea della riduzione di tensione nella parte di corda a monte del moschettone basta porre $\xi = 0.3$ e un valore di α corrispondente a 90°, senz'altro inferiore alla realtà (sarà di solito prossimo a 180°). In radianti 90° corrisponde a $\pi/2 = 1.57$ sicché $e^{-\xi\alpha} = e^{-0.52} = 1/1.7$. Con $\alpha = \pi$ si avrebbe $e^{-\xi\alpha} = 1/2.6$.

Quindi si può dire che, grosso modo, la tensione nel tratto l_2 è circa metà di quella nel tratto l_1. Quest'ultima risulta ridotta rispetto al valore dato dalla (18) proprio perché anche il tratto l_2 coopera, allungandosi, ad assorbire l'energia di caduta.

Il suo valore massimo si ricava con lo stesso ragionamento che ha portato alla (18) (approssimazione con parabola), salvo che il lavoro di deformazione della corda è approssimativamente:

$$W = \frac{AK}{3} (l_1 \varepsilon^3_{1\,max} + l_2 \varepsilon^3_{2\,max}) \qquad (22)$$

e l'altezza di caduta è

$$H = h + l_1 \varepsilon_1 + l_2 \varepsilon_2 \qquad (23)$$

dove per le (21), (14)

$$\varepsilon_2 = \beta \varepsilon_1 \qquad (24)$$

con $\beta = e^{-\frac{\xi\alpha}{2}}$ dove, per quanto si è detto,

$$\beta \simeq \frac{1}{\sqrt{2}} \simeq 0.707 .$$

Trascurando, al solito, l'allungamento in (23) cioè ponendo

$$H = h \qquad (25)$$

e scrivendo

$$l^* = l_1 \left(1 + \frac{l_2}{l_1} \beta^3\right) \qquad (26)$$

cioè scrivendo la (22) nella forma:

$$W = l^* \frac{AK}{3} \varepsilon^3_{1\,max} \qquad (27)$$

l'uguaglianza dell'energia cinetica accumulata nella caduta e del lavoro di deformazione:

$$P h = W \qquad (28)$$

porta a

$$\varepsilon_{1\,max} = \sqrt[3]{3 \frac{P}{AK} \frac{h}{l^*}} \qquad (29)$$

Cioè, ricordando la (17), la tensione massima è ridotta rispetto al caso senza scorrimen-

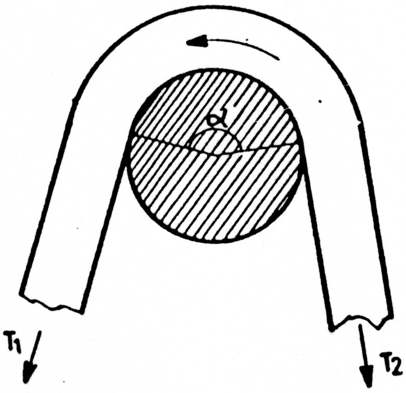

Fig. 10 - Corda che scorre su un cilindro.

to ($l^* = l_1$) come se il tratto l_1 di corda avesse una «lunghezza equivalente» l^* data dalla (26).

Le (29), (26) ci dicono che lo scorrimento della corda nel moschettone è abbastanza efficace nel ridurre la tensione massima: se $l_2 = 2.84\ l_1$ si ha $l^* = 2\ l_1$ (con $\beta = 0.707$). Dalle (29), (18) risulta allora che la tensione massima è di un fattore $\sqrt[3]{4} \simeq 1.6$ più bassa che nel caso in cui la corda non scorra nel moschettone.

In tal caso una corda sottile sarebbe sollecitata con la stessa tensione (K $\varepsilon^2_{1\,max}$) che si avrebbe in una corda grossa di sezione doppia se lo scorrimento fosse impedito.

Da queste considerazioni risulta l'importanza di assicurare un buono scorrimento della corda nei moschettoni. Non se ne deve però trarre conclusioni troppo ottimistiche, perché lo scorrimento potrebbe essere impedito per vari motivi, oppure il rapporto l_2/l_1 potrebbe essere minore che nell'esempio ora considerato.

L'utilità di effettuare l'assicurazione tramite un chiodo risulta evidente, oltre che da queste considerazioni, se si calcola la tensione massima sopportata da chi assicura (ramo l_1): dalle (29), (24) si ha

$$\varepsilon_{1\,max} = \beta \sqrt[3]{3 \frac{P}{AK} \frac{h}{l^*}} \qquad (30)$$

e dalla (14)

$$F_{1\,max} = \beta^2 \sqrt[3]{9\ AK \left(P \frac{h}{l^*}\right)^2} \qquad (31)$$

Cioè, essendo $\beta^2 \simeq 1/2$, questa tensione è circa la metà di quella che si avrebbe con assicurazione rigida senza chiodo se $l^* = l_1$, cioè se l_2 è trascurabile, e si abbassa ulteriormente al crescere di l_2/l_1.

APPENDICE 4

Qualche considerazione sull'usura delle corde

Questo argomento è stato, purtroppo, poco studiato (9). Mi limiterò a qualche cenno ai danni che possono derivare alla corda da trazioni ripetute o piccoli «voli».

Ricorderò anzitutto il concetto di «limite di elasticità»: l'allungamento massimo che la corda può sopportare senza che essa subisca deformazioni permanenti.

Questo limite è abbastanza basso: in prove di trazione lenta da me effettuate su una corda da montagna usata di diametro 9 mm l'allungamento residuo è stato di 5, 6, 7 % dopo una trazione di 200, 300, 350 kg rispettivamente. Wexler [1] cita allungamenti residui del *mountain naylon* dell'ordine del 10% dopo una trazione uguale al 50% del carico di rottura statico.

Una nota di ottimismo è data dalla constatazione, che mi sembra di poter dedurre dai dati di [1] fig. 2 e dalle poche prove sperimentali da me fatte, che il carico di rottura statico non è sensibilmente influenzato da precedenti trazioni anche superiori al 50% di esso. Si ricordi però che lo stesso non può dirsi a proposito del peso che provoca rottura in condizioni dinamiche, perché la corda deformata ha minore capacità di allungarsi, cioè di assorbire energia prima di rompersi.

Questi discorsi potrebbero essere precisati soltanto in seguito ad esperimenti.

Desidero per ora fare soltanto notare che dalle cifre sopra esposte si deduce che le tensioni conseguenti a «voli» anche modesti provocano senz'altro deformazioni permanenti nella corda, e che persino le tensioni che si verificano durante le discese a corda doppia possono provocare piccole deformazioni permanenti: infatti se un peso P viene semplicemente appeso a una corda e lasciato cadere di quanto l'elasticità della corda consente lo sforzo massimo è 2 P, come si può facilmente verificare ponendo h = 0 nella (12). Quindi è come se ognuna delle due corde sopportasse un alpinista. Saltelli e altre dimostrazioni di abilità portano a peggiorare la situazione e, naturalmente, a moltiplicare il numero dei suddetti sforzi.

Concluderò affermando che prove sperimentali di resistenza all'usura e a «fatica» (10) potrebbero utilmente essere eseguite su larga scala, per esempio a cura del CAI, e dovrebbero essere incluse nelle Norme UIAA. Alcune prove da me eseguite su corde usate in buono stato hanno dato risultati così sfavorevoli da rafforzare questa mia convinzione.

Carlo Zanantoni

---

(9) Dati abbastanza interessanti sono riportati in [1] (tab. 1 e pag. 84).

(10) Queste prove possono essere eseguite collegando una estremità della corda a un eccentrico rotante.

BIBLIOGRAFIA

[1] Leonard R. M., Wexler A.: «Belaying the leader», *Sierra Club Bulletin*, dic. 1946, pag. 68-100.

[2] Wexler A.: «The theory of belaying», *American Alpine Journal*, 1950, pag. 379-405.

[3] Avcin F.: «Cordes d'assurance et assurance à la corde», *Les Alpes*, genn. 1959, pag. 34-48.

[4] Avcin F.: «De l'utilisation en escalade artificielle de la corde à double», *La Montagne et Alpinisme*, dic. 1966, pagg. 353-354.

[5] Henry P., Paragot R.: «Les cordes de l'alpiniste», *La Montagne et Alpinisme*, apr. 1965, pagg. 55-63.

[6] Smith J. C., Fenstermaker C. A., Shouse P.: (Polymer Physics Section, National Bureau of Standards, Washington D.C.), «Behaviour of filamentous materials subjected to high-speed tensile impact», *Symposium on dynamic behaviour of materials*, Albuquerque 1962. American Society for Testing and Materials (ASTM) Special Technical Publication n. 336, pagg. 47-69.

[7] Hasse D.: «Kreuzsicherungstest auf der Schwäbischer Alb», *Alpinismus*, febb. 1967, pagg. 30-32.