

Il “fattore di caduta”, questo sconosciuto.

Vittorio Bedogni, Carlo Zanantoni - Centro Studi Materiali e Tecniche

1 – Preambolo

Nel mondo dell'arrampicata e dell'alpinismo si fanno spesso considerazioni sulla catena di sicurezza e si sente frequentemente parlare di “fattore di caduta”¹ quando ci si riferisce alla gravità di una caduta del capocordata. Si tende spesso ad associare un elevato “fc” a un volo “importante” con conseguenze anche critiche per l'intera catena di sicurezza; per converso si tende a sminuire un “voletto” di piccola entità classificandolo automaticamente a basso “fc”, generalmente prescindendo dalla configurazione della catena di sicurezza. Questo modo di analizzare una caduta può risultare particolarmente critico: usare il concetto di “fc” in presenza di rinvii e di assicurazione dinamica può portare a valutazioni completamente errate delle forze in gioco.

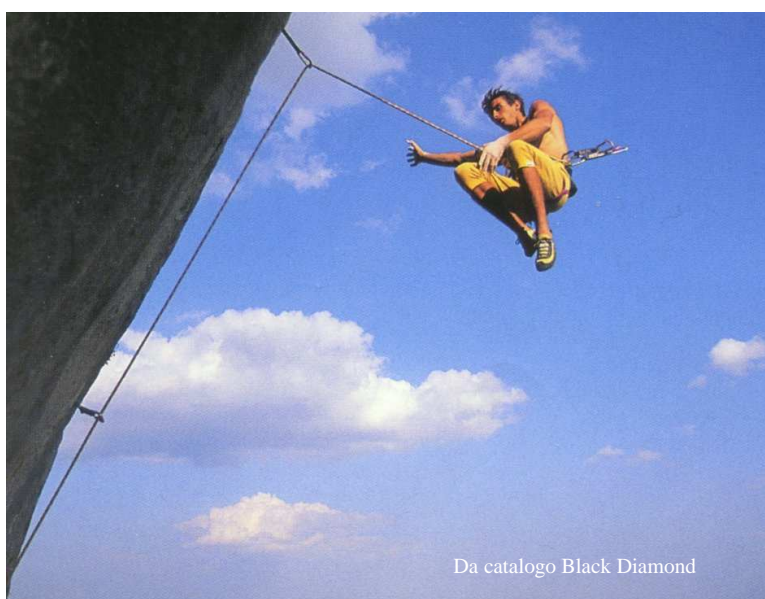


Fig. 1 Durante una ascensione il pericolo soggettivo maggiore è rappresentato dalla **CADUTA**

Con questo lavoro si cerca di fare chiarezza sul concetto di fattore di caduta, in modo da evitare incomprensioni e conclusioni errate.

2 - Il “fattore di caduta”: cosa rappresenta?

Ci si è frequentemente chiesti quanto vale la Forza di Arresto², cioè la forza esercitata dalla corda nell'istante in cui questa raggiunge la massima tensione, a causa di una caduta libera del capocordata. Le risposte che si sentono sono spesso bizzarre. Questo è molto spesso motivato dalla poca familiarità nei confronti dei fenomeni fisici che regolano una caduta.

Per fare chiarezza è utile riferirci per semplicità alla caduta libera verticale di una massa rigida in cui la corda, collegata ad una estremità alla massa che cade, è rigidamente fissata all'altra estremità ad un ancoraggio fisso (vedremo nel seguito situazioni più vicine alla pratica comune).

¹ Nel seguito verrà riportato anche in forma abbreviata “fc”. Si ricordi che “fc” è definito come rapporto tra l'altezza di caduta, libera e verticale, e la lunghezza della corda, con corda bloccata all'ancoraggio cioè $fc=H/L$.

² Nel seguito questa forza verrà anche indicata in forma abbreviata con “FA”

La considerazione di base per una corretta impostazione del problema è che il capocordata che cade acquista energia cinetica legata alla sua massa e alla velocità di caduta libera (che cresce linearmente col tempo). Nell'istante in cui la corda incomincia a tendersi la velocità inizia a diminuire³ fino all'arresto, seguito poi da vari rimbalzi che, smorzandosi, porteranno alla cessazione completa del moto. Quello che a noi interessa è quanto avviene fino al momento del primo arresto che, per inciso e nell'ipotesi fatta di caduta verticale e di corda bloccata, corrisponde al punto di massimo abbassamento e di massima forza⁴. Visto che in corrispondenza del punto di massimo abbassamento la velocità (e quindi anche l'energia cinetica associata) è nulla e che in natura l'energia "non si disperde ma si trasforma", la domanda che ci si pone è: "dov'è finita tutta l'energia cinetica acquistata dalla massa?".

La risposta è abbastanza scontata: la corda durante la trattenuta si è deformata incorporando energia di deformazione e quindi tutta l'energia di caduta si è trasformata in deformazione della corda. Se l'altezza di caduta cresce, cresce altrettanto la corda utilizzabile per l'assorbimento di energia; non stupisce quindi che la "FA" non dipenda dall'altezza di caduta ma dal rapporto tra l'altezza di caduta e la corda disponibile, cioè da "fc". La dimostrazione di quanto detto è illustrata nella nota⁵ che, per comodità di lettura, riporta quanto scritto nell'appendice C del manuale del CAI "I MATERIALI PER ALPINISMO E LE RELATIVE NORME". Siamo in grado ora di rispondere correttamente alla domanda che ci eravamo posti sul valore della "FA": questa forza dipende dal peso

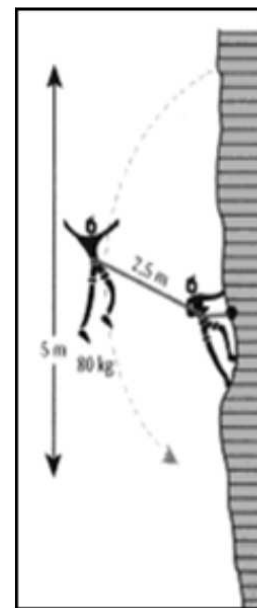


Fig. 2 tipica caduta in parete

³ Per la precisione questo avviene soltanto quando la tensione nella corda avrà superato la forza peso del corpo che cade; fino a quell'istante il corpo continuerà ad aumentare la sua velocità anche se in maniera decrescente

⁴ Per l'esattezza la corrispondenza dell'istante di massimo abbassamento con quello di massima forza si può avere solo nell'ipotesi, qui di seguito utilizzata per semplicità di esposizione, in cui la tensione nella corda dipende esclusivamente dalla sua deformazione e non anche dalla velocità di deformazione

⁵ Va ricordato dalla fisica che l'energia cinetica durante la caduta libera uguaglia la variazione di energia potenziale nel campo gravitazionale: nella nostra analisi, essendo più semplice esprimersi in tali termini, l'energia di caduta verrà espressa come energia potenziale.

Nel seguito si assume che la forza generata nella corda sia funzione lineare della sola deformazione, trascurando il contributo dovuto alla velocità di deformazione.

Nomenclatura

E_{pot}	energia potenziale
E_{corda}	energia totale assorbita dalla corda
E_{unit}	energia assorbita dalla corda per unità di lunghezza della corda
P	peso della massa che cade (supposta indeformabile)
H	altezza di caduta libera
L	lunghezza della corda
ϵ	deformazione unitaria della corda
K	modulo elastico della corda legato alle sue caratteristiche meccaniche
F	forza nella corda ($F = K \epsilon$)

In formule:

Uguaglianza dell'energia elastica assorbita dalla corda (nell'ipotesi di caratteristica della corda linearmente dipendente dalla sua sola deformazione) e dell'energia di caduta :

$$E_{corda} = E_{unit} \cdot L = \left(\frac{1}{2} \cdot K \cdot \epsilon_{max}^2 \right) \cdot L$$

$$E_{pot} = P \cdot (H + \Delta L) = P \cdot (H + \epsilon_{max} \cdot L)$$

Eguagliando le due energie si ottiene l'equazione

$$\left[\frac{1}{2} \cdot K \cdot \epsilon_{max}^2 \right] \cdot L = P \cdot (H + \epsilon_{max} \cdot L)$$

Sostituendo ϵ_{max} con F_{max} / K (nell'ipotesi di linearità fatta) si ottiene

$$\frac{1}{2} \cdot F_{max}^2 / K \cdot L = P \cdot [H + (F_{max} / K) \cdot L]$$

Dividendo entrambi i membri dell'equazione per L e indicando con "fc" il rapporto H/L si ottiene

$$\frac{1}{2} \cdot F_{max}^2 / K = P \cdot [fc + (F_{max} / K)]$$

risolvendo questa equazione in F_{max} si ottiene

$$F_{max} = P \cdot [1 + \sqrt{1 + 2 \cdot fc \cdot K / P}]$$

della massa che cade, dalle caratteristiche meccaniche della corda (materiale, tessitura.. che ne determinano l'allungabilità) e dal fattore di caduta ma non dall'altezza di caduta come intuitivamente si potrebbe pensare. In queste ipotesi il "fc" esprime compiutamente la gravità di una caduta in termini di forze che si generano nel collegamento, esercitato dalla corda, tra punto fisso e massa che cade: quanto più il "fc" è grande, tanto maggiore risulta la forza. Dalla definizione di "fc" risulta che il suo massimo valore è 2 (tralasciando per semplicità casi particolari).

3 - Il "fattore di caduta" è sempre utilizzato correttamente?

La domanda non è peregrina perché il "fc" è spesso utilizzato analizzando situazioni reali le più varie quali ad esempio:

- l'estremità opposta della corda, rispetto al capocordata, non è bloccata a un punto fisso, bensì scorre attraverso un freno (assicurazione dinamica)
- tra il punto fisso della sosta e il capocordata esistono attriti generati da punti di protezione o dal contatto con la parete.
- la caduta può non essere sulla verticale del punto di ancoraggio, generando un pendolo
- la caduta può avvenire su un pendio inclinato, per esempio un pendio di neve/ghiaccio
- combinazioni dei casi precedenti

In tutti questi casi l'uso del concetto di "fc", così come definito, non è corretto. Ad esso si farà riferimento, nel seguito, come "**fattore di caduta convenzionale**". Si analizzano varie situazioni; sarà bene premettere che non ci si propone di suggerire una formula per un appropriato "fattore di caduta" nei vari casi; alcuni autori lo hanno fatto, con risultati di scarsa utilità. Se ne farà cenno nelle conclusioni.

3.1 - La presenza di un freno

La presenza di questo attrezzo nella catena di sicurezza, per altro rispondente a prassi comune, fa venir meno il presupposto principale da cui il concetto di "fc" prende origine: "tutta l'energia di caduta si trasforma in

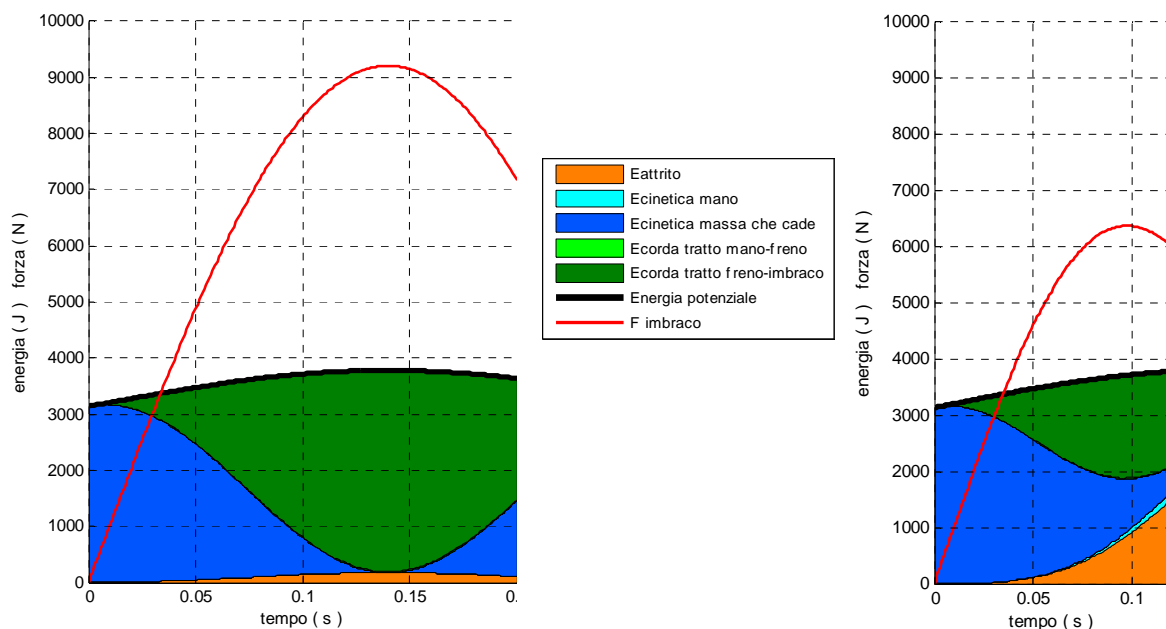


Fig. 3 Andamento delle forze e delle energie nel tempo: a Sx nell'ipotesi di mano/corda bloccata e a Dx nell'ipotesi di mano mobile e in assenza di scorrimento mano/corda
 Ipotesi di calcolo: corda con FAD=9000 N e modulo K=24093 N
 Distanza mano-freno= 1m Distanza iniziale freno-massa che cade =2m
 Freno con fmf=10 altezza di caduta H=4m

energia di deformazione della corda". L'attrito generato dallo scorrimento della corda attraverso il freno dissipa una frazione dell'energia di caduta, quindi riduce l'energia che la corda deve assorbire. Questo porta ad un abbassamento della "FA". Dunque, l'uso convenzionale del concetto di "fc" porterebbe a sovrastimare la "FA", a parte il fatto che la definizione di "fc" non sarebbe applicabile, sia perché una estremità della corda non è bloccata, sia perché non è precisabile una lunghezza di corda, che viene a dipendere dalla quantità che ne scorre attraverso il freno.

A questo aspetto energetico è da aggiungere un'altra considerazione molto importante: la presenza del freno presuppone una "assicurazione dinamica" in cui la FA è strettamente legata all'inerzia della mano dell'assicuratore⁶, al movimento di questa ed all'eventuale scorrimento della corda nella mano, quindi in buona parte indipendente dal "fc"; in questo caso ci sarà una forte dipendenza dell'entità della FA dallo scorrimento della corda nel freno, crescente con l'altezza di caduta.

Nella **Fig. 3** sono riportate le energie e le forze per uno stesso caso in cui una prima volta si è tenuta bloccata la mano⁷ mentre nel secondo quest'ultima poteva espletare la sua funzione di trattenuta. Al caso riportato, con i parametri usati tra cui la caratteristica della corda espressa dalla FAD⁸, si avrebbe attribuito, secondo il modo usuale di calcolo (non corretto), un fattore di caduta $fc = 4/3 = 1,33$ cui corrisponderebbe una FA=7926 N. Come si può notare, nel caso di "mano bloccata" (corda fissa all'ancoraggio) l'energia assorbita dal punto di attrito è piccola in quanto è piccolo lo scorrimento (nel caso di figura circa 5 cm in corrispondenza del picco di tensione) come pure è piccolissima l'energia assorbita dal tratto di corda mano-freno (in figura neanche percettibile): ci si trova quindi molto vicini a un "fc" reale di 2 e infatti la FA risulta di 9200⁹.

Nel caso di "frenata regolare", in corrispondenza del punto di massima tensione della corda il freno ha dissipato circa il 27 % di tutta l'energia in gioco e la FA è di 6380 N: in questo caso lo scorrimento della corda nel freno in corrispondenza del picco di tensione è 10 cm (a fine caduta sarà ben superiore) e avviene prima dell'arresto della massa che cade.

Abbiamo ora visto che l'uso di "fc" convenzionalmente calcolato ($fc = H/L$) porta a sovrastimare la FA nel caso di assicurazione dinamica.

Vedremo ora che il contrario accade in caso di presenza di un rinvio, nel caso di **corda bloccata**.

3.2 - La presenza di punti di protezione o genericamente di punti di attrito

Anche in questo caso il concetto di "fc" non è utilizzabile, in quanto la corda scorre nei moschettoni dei rinvii o sui punti di attrito dissipando energia e quindi rendendo di nuovo inapplicabile il "fc" così come definito; inoltre i punti di attrito modificano le tensioni presenti nei vari tratti e di conseguenza anche le energie da essi assorbite. Questa volta però non ci si trova, usando "fc" come definito, dalla parte della sicurezza, come nel caso precedente, poiché nella maggior parte dei casi la stima di "fc" è fatta valutando correttamente l'altezza di caduta libera (pari al doppio dell'altezza del capocordata sopra l'ultimo rinvio) ma compiendo un errore nel computo della lunghezza totale di corda (sommando cioè i singoli tratti tra due rinvii successivi). Questo sarebbe corretto se tutti i tratti di corda avessero la stessa tensione come avverrebbe se non ci fosse attrito. Nella realtà l'attrito, oltre a sottrarre direttamente parte dell'energia di caduta, contribuisce anche a modificare le tensioni nei vari tratti e quindi a far sì che l'assorbimento di energia avvenga in modo disuniforme: gli ultimi tratti (quelli più vicini al rinvio più alto) risultano molto più sollecitati che non gli altri. Questo porterebbe a sottostimare la forza sul corpo che cade se si usasse il concetto di "fc".

La **Fig. 4** descrive le forze d'arresto generate da un rinvio, in caso di corda bloccata alla sosta: in essa è riportato l'andamento della forza, a parità di altezza di caduta (4 m) al variare della lunghezza del tratto di corda tra il punto fisso e il rinvio, nel caso di "valutazione teorica" (vedere formula finale della nota 5)¹⁰ e nel caso in cui si tiene conto di un attrito generante un $fmf = 1,7$ ¹¹, tipico dell'ultimo rinvio; è pure riportato il

⁶ Vedere dispensa del CSMT "Le tecniche di assicurazione in parete" marzo 2001

⁷ Il sistema equivale pertanto a due tratti di corda tra loro separati da un punto di attrito aventi una estremità bloccata e l'altra collegata alla massa che cade

⁸ Per FAD (Forza Arresto Dodero) si intende la FA misurata durante l'omologazione al Dodero; viene riportata nel manuale d'istruzione delle corde

⁹ Va fatto notare che il modulo della corda è stato dedotto dalla forza d'arresto misurata al Dodero caratterizzato da $fc = 1,77$ circa e non da $fc = 2$ come erroneamente si crede; la corda in esame, con un reale $fc = 2$ può pertanto avere valori della FA superiori alla FAD come nel caso in esame

¹⁰ In seguito si utilizzerà la dizione "valutazione teorica" per riferirsi al calcolo/stima della FA secondo la modalità descritta nella nota 5 di pag. 2

¹¹ fmf sta per "fattore di moltiplicazione delle forze" e rappresenta il rapporto tra la forza a valle e a monte di un punto di attrito

valore di “ f_c ”. Si può notare che l’errore commesso (sottostima della forza) va da circa il 5% al 13% per i casi analizzati.

I confronti quantitativi riportati si riferiscono al caso di corda bloccata a una estremità ma le considerazioni sono estendibili anche al caso di assicurazione dinamica con risultati di volta in volta differenti. Infatti l’utilizzo della “valutazione teorica” tende a sovrastimare la FA in presenza di assicurazione dinamica anche in maniera marcata (vedi Fig. 3) mentre tende a sottostimarla nel caso di presenza di attriti nella catena di sicurezza. Al punto 4 verrà riportato un esempio pratico che evidenzia le conseguenze di queste implicazioni.

3.3 - Caduta fuori dalla verticale dell’ultimo rinvio (pendolo)

Per questo caso la non conformità con le ipotesi che stanno alla base del concetto di “ f_c ” sta nel fatto che, in

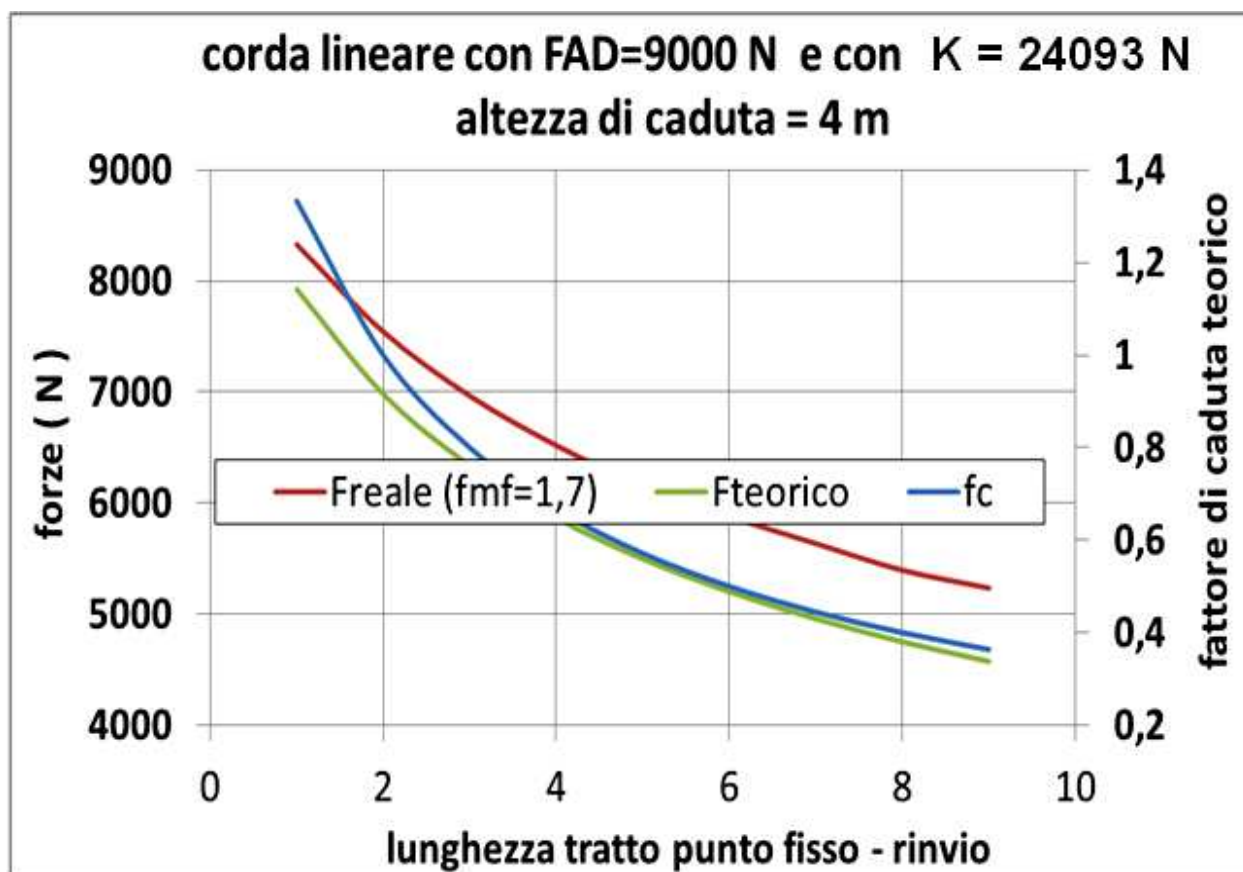


Fig. 4 Forza di arresto (reale e teorica) in presenza di un rinvio. Sua variazione in funzione della lunghezza L_2 (tratto dal punto fisso al rinvio); il tratto L_1 (tratto dal rinvio alla massa che cade) è costante e pari a 2; per $F_{teorico}$ si intende la FA calcolata secondo la “valutazione teorica”

corrispondenza del punto più basso raggiunto (quello che nella caduta verticale a corda bloccata corrisponde al termine della caduta), la massa possiede ancora una certa energia cinetica dovuta alla velocità trasversale della pendolata che va a sottrarsi all’energia assorbita dalla corda. Questo porta ad una “FA” inferiore rispetto a quanto ci si aspetterebbe utilizzando il concetto di “ f_c ”. Questa riduzione è tanto maggiore quanto più grande è il disassamento della linea di caduta rispetto al punto fisso.

Pertanto una caduta del capocordata (o del secondo) a partire da una quota identica a quella della sosta, ma disassata rispetto ad essa, e in assenza di rinvii genera una FA più bassa di quella che si avrebbe se calcolata a partire da $f_c=1$ come erroneamente si potrebbe credere.

3.4 - Caduta lungo un pendio inclinato

In questa situazione, se si prescindesse dall’attrito radente tra la massa che cade e il pendio e quindi dalla conseguente dissipazione di parte dell’energia di caduta come intuitivamente si può capire, il concetto di “ f_c ” sarebbe ancora utilizzabile con una piccola attenzione: il campo gravitazionale agisce lungo la verticale e non lungo la pendenza della parete e di questo bisogna tener conto!

Quindi il “fc” andrebbe calcolato sulla base dell’altezza di caduta misurata in verticale e quindi, detto α l’angolo del pendio rispetto all’orizzontale, risulterebbe $fc=2 \sin \alpha$. Qualitativamente e intuitivamente si può capire che il “fc” cresce con la pendenza coincidendo con la definizione classica in caso di parete perfettamente verticale ($\alpha = 90^\circ$).

Come si vede, molteplici sono le situazioni in cui un’applicazione acritica del fattore di caduta *convenzionale* può essere fuorviante e, soprattutto, può sottostimare la pericolosità della caduta in termini di forza d’arresto, come nel caso della presenza di punti di attrito. Risulta altrettanto chiaro come la combinazione dei casi sopra riportati, che corrisponde poi alla realtà che si riscontra in parete, sia di difficile valutazione. Dunque l’utilizzo del concetto di “fc” è da prendere decisamente con le pinze nei casi indicati onde evitare fraintendimenti.

4 - Casi reali a confronto

Allo scopo di chiarire meglio il problema, qui di seguito si sono riportati due casi reali caratterizzati da uno stesso fattore di caduta *convenzionale* ma con situazioni differenti: con attrito importante e con poco attrito lungo la catena di sicurezza. In ambo i casi si analizzano due condizioni: corda bloccata e assicurazione dinamica. Le due situazioni reali sono raffigurate nella **Fig. 5**; nella tabella sono riportati i dati relativi e le FA reali ottenute dal modello matematico della catena di sicurezza (che chiameremo “reale”), e dall’utilizzo della “valutazione *convenzionale*”.

Si può notare, nel caso di attrito importante (**Fig 5 Sx**), come l’attrito della corda contro il bordo del tetto giochi un ruolo rilevante (si è assunto $f_{mf}=2,5$) che in qualche misura condiziona anche l’efficacia dell’assicurazione dinamica: infatti quest’ultima non migliora in modo importante la forza all’imbracco (6238 contro 7310 N a corda bloccata, pari a circa il 17%). Un forte attrito lungo la catena di sicurezza tende generalmente ad annullare le differenze che possono derivare dal tipo di assicurazione praticato. Se la forza d’arresto fosse stata calcolata secondo la “valutazione *convenzionale*”, si avrebbe avuto una sottostima di circa il 30% (5116 N contro 7310 N) per corda bloccata e del 20% (4983 N contro 6238N) per assicurazione dinamica.

Invece nel caso con poco attrito (**Fig. 5 Dx**) dalla tabella si può notare il ruolo più rilevante giocato dall’assicurazione dinamica (miglioramento di circa il 30%, cioè 4612 N contro 6003N) e anche una minor differenza tra le forze d’arresto reali e quelle ottenute con la “valutazione *convenzionale*”: sottostima di circa

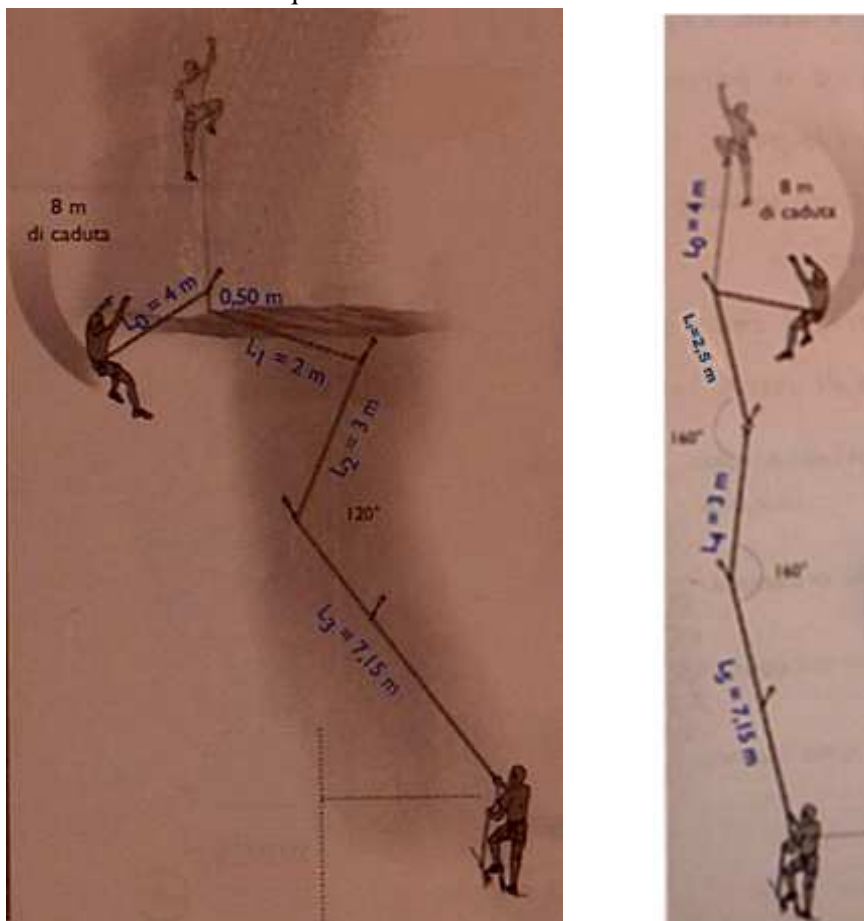


Fig. 5 Caso con attrito importante (a Sx) e con attrito modesto (a Dx)

15 % (5116 N contro 6003 N) per corda bloccata e sovrastima di circa 8% (4983 N contro 4612 N) per l'assicurazione dinamica. E' da notare infatti, in quest'ultimo caso, che il poco attrito ha bilanciato la sovrastima data dalla "valutazione convenzionale" rispetto al caso reale come illustrato al **punto 3.1**.

CONFRONTO TRA CASO REALE E UTILIZZO DEL "fc" SECONDO LA "VALUTAZIONE TEORICA"			
Corda con FAD = 9000 N (K = 24093 N)			
Altezza di caduta H = 8			
	Forze [N]		
	Imbraco (secondo la formula della nota 5)	Imbraco (modello)	Ultimo rinvio (modello)
Caso con molto attrito			
Lunghezza tratti di corda 1; 7,15; 3; 2; 0,5; 4 Ltot=16,65 + 1 tra mano e freno (Ltot=17,75)			
Corda bloccata al freno fmf = inf ; 1,19; 1,3; 2,5; 1,7 Fattore di caduta geometrico = 8/16,65=0,48	5116	7310	11618
Assicurazione dinamica a parete fmf = 8 ; 1,19; 1,3; 2,5; 1,7 Fattore di caduta geometrico = 8/17,65=0,45	4983	6238	9890
Caso con poco attrito			
Lunghezza tratti di corda 1; 7,15; 3; 2,5; 4 Ltot=16,65 + 1 tra mano e freno (Ltot=17,75)			
Corda bloccata al freno fmf = inf ; 1,13; 1,13; 1,7 Fattore di caduta geometrico = 8/16,65=0,48	5116	6003	9543
Assicurazione dinamica a parete fmf = 8 ; 1,19; 1,3; 2,5; 1,7 Fattore di caduta geometrico = 8/17,65=0,45	4983	4612	7169

5 – Conclusioni

Si è voluto approfondire il significato del concetto di fattore di caduta o, meglio, del suo utilizzo nella "valutazione convenzionale" della FA (sia in termini quantitativi che qualitativi), evidenziando situazioni in cui il suo uso potrebbe essere inappropriato con conseguenze in alcuni casi anche pericolose; questo porta a scoraggiare l'uso di tale parametro se non nel caso particolare per il quale è stato definito, oppure avendo l'accortezza di circostanziare correttamente le condizioni in cui è stato impiegato.

In generale si può riassumere che l'utilizzo del concetto del "fc" secondo la "valutazione convenzionale" porta a:

- sovrastimare la FA nel caso di assicurazione dinamica
- a sottostimare la FA nel caso di presenza di attriti nella catena di sicurezza
- a sovrastimare la FA nel caso di caduta con pendolata del capocordata

Volendo, si potrebbe parzialmente costruire una definizione più complessa del "fc" che tenga conto almeno della diversa distribuzione delle tensioni nei vari tratti di corda tra punti di attrito successivi come hanno fatto alcuni autori. Questo risulterebbe comunque parziale (non valuta correttamente l'energia dissipata direttamente per attrito) e di difficile applicazione. Per questo motivo si è preferito limitarci a riportare i possibili inconvenienti che l'uso non corretto del concetto di "fc" comporta e sottolinearne gli aspetti qualitativi.

Pur essendo vero che, nel caso di assicurazione dinamica, se i punti di attrito sono inesistenti o trascurabili, l'uso del concetto di fc può portare ad una sopravvalutazione della forza di arresto, è rischioso l'errore che si fa nel caso opposto, frequente, di una catena di sicurezza caratterizzata dalla presenza di molti punti di attrito: in questo caso la situazione reale può essere molto più critica di quanto a prima vista il "fc" possa far credere: l'attrito determina una distribuzione della tensione nei vari tratti di corda tale che i più vicini al freno contribuiscono poco all'assorbimento di energia, lasciando gran parte di tale incombenza all'ultimo tratto, che può risultare particolarmente sollecitato, accrescendo così la forza che agisce sia sul corpo di chi cade che sull'ultimo rinvio. Quest'ultimo, si ricordi, subisce la sollecitazione dei due tratti di corda, a monte e valle.